**Modelos Probabilísticos em Engenharia Elétrica**

**CETUC/PUC-Rio - Prof. Rodrigo de Lamare**

**Prova – 2 – 2019.2**

**Questão 1**: (2,5 pontos)

Considere x uma variável aleatória Gaussiana com média m e variância σ2 e a função y = ex.

1. Determine a função densidade de probabilidade de y. (0,75 ponto)
2. Calcule o valor médio de y. (0,75 ponto)
3. Calcule o valor médio quadrático e a variância de y. (1,0 ponto)

**Questão 2:** (2,5 pontos)

Considere um sinal dado por $s\left(t\right)= x cos\left(wt\right)+ y sen(wt)$, em que w é uma frequência angular constante, e x e y que são variáveis aleatórias Gaussianas estatisticamente independentes com média zero e variância σ2.

1. Mostre que s(t) pode ser escrito como $s\left(t\right)= acos\left(wt-θ\right),$ e determine $a$ e $θ$. (0,75 ponto)
2. Encontre a função densidade de probabilidade conjunta de a e $θ$. (1,0 ponto)
3. Determine se a e $θ$ são variáveis aleatórias estatisticamente independentes. (0,75 ponto)

**Questão 3:** (2,5 pontos)

Seja x uma variável aleatória com função densidade de probabilidade $p\_{x}(X)$ e $y=ax+b$, em que a (a>0) e b são constantes.

1. Encontre a função densidade de probabilidade de y, $p\_{y}(Y)$, em termos de $p\_{x}(X)$. (0,75 ponto)
2. Mostre que E[y] = a E[x] + b e calcule E[y] para uma variável aleatória x com distribuição uniforme entre c e d (d>c), em que c e d são constantes. (1,0 ponto)
3. Mostre que a variância de y, $σ\_{y}^{2}=a^{2}σ\_{x}^{2}$. (0,75 ponto)

**Questão 4**: (2,5 pontos)

Considere $x\_{1},x\_{2},\cdots , x\_{n}$ variáveis aleatórias Gaussianas estatisticamente independentes e identicamente distribuídas com média zero e variância unitária e a soma $y=\sum\_{i=1}^{n}x\_{i}^{2}$

a) Calcule a função característica de $y$. (0,75 ponto)

b) Determine a média e a variância de $y$. Explique os resultados obtidos. (1,0 ponto)

c) O tempo de vida de um dispositivo eletrônico é uma variável aleatória do tipo $y=\sum\_{i=1}^{n}x\_{i}^{2}$ com média de 50 horas e desvio padrão de 20 horas. Supondo-se um estoque de 20 dispositivos com tempos de vida independentes, calcule uma aproximação para a probabilidade do uso acumulado de 20 dispositivos exceder 1200 horas de uso. (0,75 ponto)